Математические задачи 6 класс с решением и ответами.

**Задача 1.**

Можно ли из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составить одно двузначное и одно трехзначное число так, чтобы второе делилось на первое?  
(Каждая цифра должна быть использована ровно один раз).  
  
  
**Решение:**  
  
Можно. 532 делится на 14, а 215 делится на 43.

**Задача 2.**

Докажите, что ребус: ЗАДАЧА + ЗАДАЧА = ТУРНИР не имеет решений.  
  
  
**Решение:**  
  
Сложение А + А должно быть выполнено в трех различных разрядах, при этом результаты записываются тремя различными буквами У, Н и Р.  
Но это невозможно, так как А + А может принимать только два разных значения эта сумма является либо некоторым четным числом (если нет переноса из предыдущего разряда), либо следующим за ним нечетным (если есть перенос единицы из предыдущего разряда).   
Переноса двух единиц быть не может.

**Задача 3.**

Самолет вылетел из Москвы в час ночи 15 декабря по московскому времени и прибыл в город N в семь утра того же дня по местному времени. В полдень 15 декабря по N-скому времени он вылетел в город p и прибыл туда в 13.00 того же дня по p-скому времени.  
Через два часа он вылетел в Москву и вернулся туда в 18.00 15 декабря по московскому времени.  
Сколько времени самолет находился в воздухе?  
Ответ обязательно должен быть обоснован.  
  
  
**Решение:**  
  
Самолет отсутствовал в Москве 17 часов с 1.00 до 18.00, при этом он находился на земле всего 7 часов с 7.00 до 12.00 по местному времени в городе N и с 13.00 до 15.00 местного времени в городе p.  
Следовательно, все остальное время он летел.

**Задача 4.**

Имеется 100 дискеток и 100 этикеток, раскрашенные в два цвета.  
Дубль это дискета, к которой приклеена этикетка того же цвета.  
Докажите, что можно добиться того, что все дубли будут одного цвета?  
  
  
**Решение:**  
  
1. Наклеим сначала этикетки на дискетки в произвольном порядке.  
Предположим, что у нас образовались дубли нескольких различных цветов.  
Возьмем по одной дискетке-дублю двух разных цветов и обменяем их этикетки.  
После этого каждая из дискеток перестанет быть дублем, так что общее число дублей уменьшится на 2.  
Далее будем повторять эту операцию до тех пор, пока дублей различных цветов не останется.  
2. Докажем нужный факт индукцией по числу дискеток (при этом можно даже не обращать внимание на соответствие цветов дискеток и этикеток!).  
База индукции (одна дискетка) очевидна. Переход: если все k + 1 дискеток одноцветны, то и доказывать нечего.  
Если же есть дискетки разных цветов, то возьмем одну из них и наклеим на нее этикетку другого цвета, а для остальных k дискеток применим предположение индукции.

**Задача 5.**

У Васи и Пети по 55 гирь весом 1, 2, ...., 55 кг.  
Они по очереди подкладывают свои гири каждый на свою чашу двухчашечных весов. Первым ходит Вася. Петя выигрывает, если разность масс гирь на чашах окажется равной 50 кг. Сможет ли он этого добиться?  
  
  
**Решение:**  
  
Ответ. Да.  
1. Петя может просто повторять ходы Васи. В какой-то момент Вася вынужден будет сходить гирей 50 кг и немедленно проиграет.  
2. Петя откладывает в сторону свою 50-килограммовую гирю и ходит как угодно остальными гирями. В конце игры Вася выложит все гири, а Петя все, кроме 50-килограммовой.  
Следовательно, чаша Васи будет весить на 50 кг тяжелее.